第４講　運動方程式

1

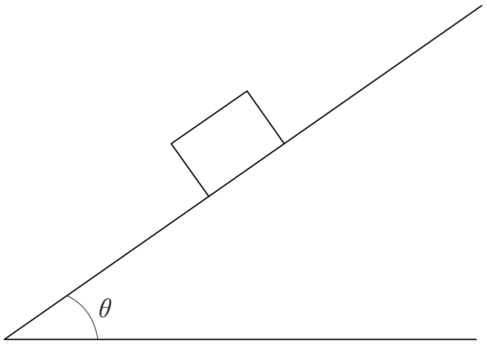
図のように，傾斜角 θ の粗い斜面を用意し，その上に質量 m の物体をのせると，物体は斜面に沿って下向きに動き出した。重力加速度を g，物体と斜面の間の動摩擦係数を μ とする。

(1) 物体が斜面から受ける動摩擦力の大きさを求めよ。

(2) 物体の加速度を斜面に沿って下向きを正として a とする。運動方程式を立てよ。

(3) 加速度 a を μ，g，θ を用いて表せ。

(4) この物体が斜面に沿って l だけすべるのにかかる時間と，そのときの速さを求めよ。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

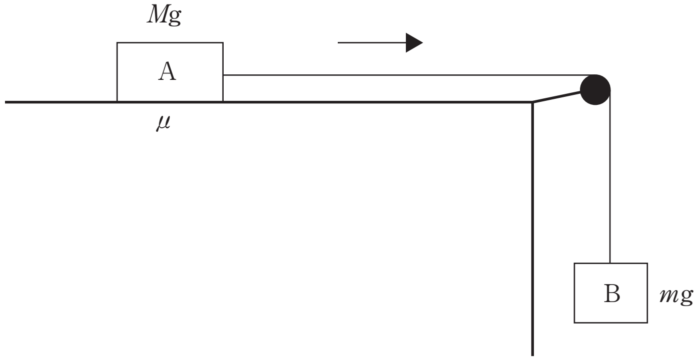
< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，M [kg] の物体 A を台の上に置き，ひもでなめらかな軽い滑車を介して，m [kg] の物体Bをつり下げた。次の文の［　　］の中に適当な数もしくは数式を入れなさい。ここで重力加速度の大きさを g [m/s^2]，滑車のひもの張力を T [N]，おもり A，B の加速度を a [m/s^2] としなさい。



最初に，台と物体 A との間に摩擦が無い場合について考える。物体 A，B の運動方程式はそれぞれ

$Ma=$ ［ 1 ］

$ma=$ ［ 2 ］

となり，$T=$ ［ 3 ］ [N]，$a=$ ［ 4 ］ [m/s^2] になる。

次に，台と物体 A との間に摩擦があり，物体 A，B が静止している場合を考える。このとき，滑車のひもの張力 T は ［ 5 ］ [N] である。台と物体 A との間の静止摩擦係数を μ とすると，物体 A の最大摩擦力は ［ 6 ］ $\times\ \mu$ [N] で，μ が ［ 7 ］ 以下になると物体 A は動き出す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

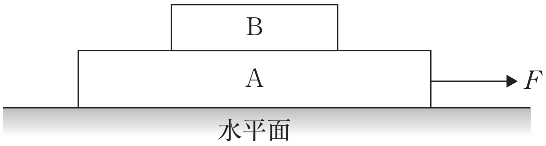
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

水平面上に質量 M の板Aがあり，その上に質量 m の板Bがのせてある。板Aと板Bとの間の静止摩擦係数を μ，板Aと水平面との間の動摩擦係数を μ' とし $\mu > \mu'$ とする。重力加速度の大きさを g とする。以下の各問について，対応する解答群の中から最も適する答えを1つ選び，その記号を答えよ。



板Aに糸をつけて水平方向に力 F を加えて動かしたところ，板Bはすべることなく板Aといっしょになって動いた。

問1　板Aと水平面との間に働く摩擦力の大きさはいくらか。 [1]

問2　板Aおよび板Bのそれぞれの運動方程式はどれか。図の右向きを正とし，板Aと板Bの加速度の大きさを a，板Aと板Bとの間に働く摩擦力の大きさを f とする。

板Aの運動方程式 [2]

板Bの運動方程式 [3]

問3　このとき，板Aと板Bの加速度の大きさ a はいくらか。 [4]

水平方向の力 F を少しずつ大きくしていったところ，板Bがすべり始めた。

問4　すべり始める直前の摩擦力 f の大きさはいくらか。 [5]

問5　このときの水平方向の力 F の大きさを求めよ。 [6]

[1]，[5] の解答群

(ア) mg　(イ) Mg　(ウ) $\mu' mg$　(エ) $\mu' Mg$

(オ) $\mu'(M+m)g$　(カ) μmg　(キ) μMg　(ク) $\mu(M+m)g$

(ケ) $(M+m)g$

[2]，[3] の解答群

(ア) $ma=F$　(イ) $ma=f$　(ウ) $(M+m)a=F$

(エ) $ma=F+f$　(オ) $ma=F-f$　(カ) $Ma=F$

(キ) $Ma=f$　(ク) $Ma=F-f-\mu' mg$

(ケ) $Ma=F-f-\mu' Mg$　(コ) $Ma=F-f-\mu'(M+m)g$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4 の解答群

(ア) g　　(イ) $\mu' g$

(ウ) μg　　(エ) $(\mu-\mu')g$

(オ) $(\mu+\mu')g$　　(カ) $\dfrac{F}{M+m}+\mu g$

(キ) $\dfrac{F}{M+m}-\mu g$　　(ク) $\dfrac{F}{M+m}+\mu' g$

(ケ) $\dfrac{F}{M+m}-\mu' g$

6 の解答群

(ア) $(\mu-\mu)(M+m)g$　　(イ) $(\mu+\mu')(M+m)g$

(ウ) $(\mu+\mu')(M-m)g$　　(エ) $(\mu-\mu')(M-m)g$

(オ) $(M+m)g$　　(カ) $\mu'(M+m)g$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

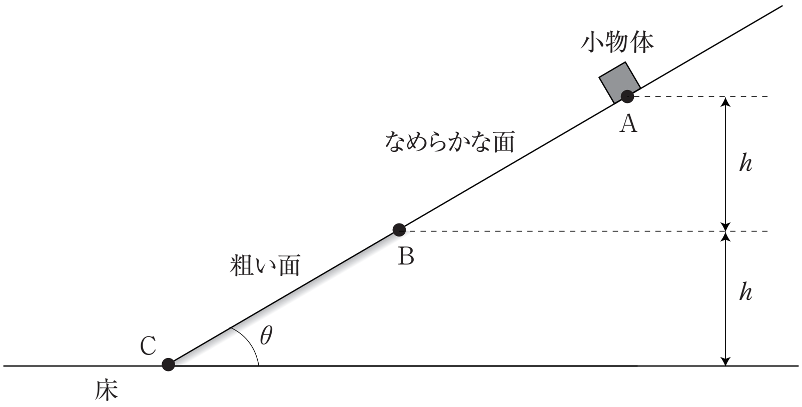
＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講　確認テスト

図のように，水平面となす角度が θ である斜面は，なめらかな面 AB と動摩擦係数を μ' とする粗い面 BC からなっている。床から高さ $2h$ の斜面上の点 A に質量 m の小物体をおいたところ，小物体はころがることなく斜面にそってすべり降りた。重力加速度の大きさを g とする。以下の各問について，対応する解答群の中からもっとも適する答を１つ選びなさい。



すべり始めた小物体がなめらかな面 AB 上を運動しているときを考える。

問１　小物体にはたらく垂直抗力の大きさはいくらか。［ア］

問２　斜面にそった方向の，小物体の加速度はいくらか。ただし斜面下向きを正とする。［イ］

問３　点 B を通過する直前の，小物体の速さはいくらか。［ウ］

つぎに，小物体は点 B を通過して粗い面 BC 上をすべり降りているときを考える。

問４　小物体にはたらく摩擦力の大きさはいくらか。［エ］

問５　斜面にそった方向の，小物体の加速度はいくらか。斜面下向きを正とする。［オ］

［ア］，［エ］の解答群

① mg	② $mg\sin\theta$	③ $mg\cos\theta$	④ $mg\tan\theta$
⑤ $\mu' mg$	⑥ $\mu' mg\sin\theta$	⑦ $\mu' mg\cos\theta$	⑧ $\mu' mg\tan\theta$
⑨ 0			

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

イ , オ の解答群

① g　② $g\sin\theta$

③ $g\cos\theta$　④ $g\tan\theta$

⑤ $g(\sin\theta-\mu'\cos\theta)$　⑥ $g(\sin\theta+\mu'\cos\theta)$

⑦ $g(\cos\theta-\mu'\sin\theta)$　⑧ $g(\cos\theta+\mu'\sin\theta)$

⑨ $g(1-\mu'\tan\theta)$　⑩ $g(1+\mu'\tan\theta)$

ウ の解答群

① 0　② $2\sqrt{gh}$　③ $\sqrt{3gh}$　④ $\sqrt{2gh}$

⑤ $\sqrt{gh}$　⑥ $\sqrt{gh\cos\theta}$　⑦ $\sqrt{gh\sin\theta}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第４講　運動方程式

1

(1) $\mu mg\cos\theta$

(2) $ma=mg\sin\theta-\mu mg\cos\theta$

(3) $a=g(\sin\theta-\mu\cos\theta)$

(4) 時間 $\sqrt{\dfrac{2l}{g(\sin\theta-\mu\cos\theta)}}$　速さ $\sqrt{2gl(\sin\theta-\mu\cos\theta)}$

2

1　T　2　$mg-T$　3　$\dfrac{Mmg}{m+M}$　4　$\dfrac{m}{m+M}g$

5　mg　6　Mg　7　$\dfrac{m}{M}$

3

1　(オ)　2　(コ)　3　(イ)　4　(ケ)

5　(カ)　6　(イ)

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

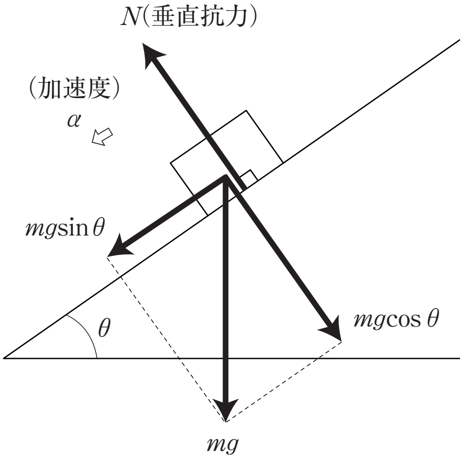
第４講　確認テスト

【解答】

(ア)　③　　(イ)　②　　(ウ)　④　　(エ)　⑦　　(オ)　⑤

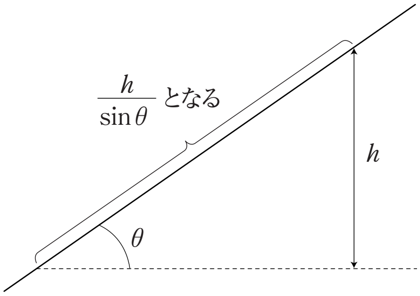
【解説】

問１　物体にかかる力は右のようになる。
斜面に垂直な方向の力のつりあいから
$N = \underline{mg\cos\theta}$



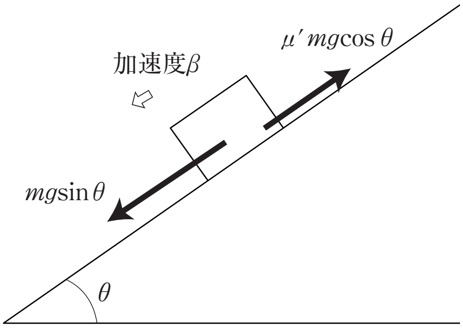
問２　加速度を α として，斜面に沿った方向の運動方程式は
$m\alpha = mg\sin\theta$　　$\therefore\ \alpha = \underline{g\sin\theta}$

問３　$v^2 - v_0{}^2 = 2\alpha x$ を用いて，
$$v^2 - 0^2 = 2(g\sin\theta)\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)$$
$\therefore\quad v = \underline{\sqrt{2gh}}$



問４　$\mu' N = \underline{\mu' mg\cos\theta}$

問５　物体にかかる力のうち，斜面に平行な成分は右のようになる。運動方程式は
$m\beta = mg\sin\theta - \mu' mg\cos\theta$
$\beta = \underline{g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。